

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2022

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination.2022

සංයුක්ත ගණිතය I
 Combined Maths I

13 ශ්‍රේණිය- අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2022

10

S

i

B කොටස

(11) (a) $ax^2 + bx + c = 0$ යන ($a \neq 0, b, c \in \mathbb{R}$) වර්ගජ සමීකරණයේ මූල α, β යැයි ගනිමු.

සමීකරණය විස්ථෘෂ්ටයින් තොරව $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ බවත් $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ බවත් පෙන්වන්න.

එනමින් $\alpha - \beta = \frac{\pm\sqrt{\Delta}}{a}$ බව සාධනය කරන්න. මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ. තවද α සහ β තාත්වික නම් $\Delta \geq 0$ බව අපෝහනය කරන්න. තවද මූල සමපාත වීමට අවශ්‍යතාවය ලබාගන්න.

$a + 2b + 3c \neq 0$ වන පරිදි,

$f(x) = a(x^2 + 3x) + 2b(x^2 + x) + c(3x^2 + x)$ යැයි ගනිමු. $f(x) = 4(a + b + c)$

සමීකරණයේ මූල තාත්වික වෙ පෙන්වන්න. $a + 2b + 3c = 2(122)$ වන පරිදි

$f(x) = 4(a + b + c)$ වර්ගජ සමීකරණයට සමපාත මූල පවතී නම් $3a + 2b + c = 0$ ගත හැකි අගය සොයන්න.

(b) $(x - a)$ යන්න $P(x)$ සහ $Q(x)$ මගින් දෙනු ලබන බහු පද ශ්‍රිතවල පොදු සාධකයක් වේ නම් $x - a$ යන්න $\{P(x) - Q(x)\}$ බහු පදයේ සාධකයක් බව පෙන්වන්න.

$ax^3 + 4x^2 - 5x - 10$ සහ $ax^3 - 9x - 2$ යන බහු පද ශ්‍රිත වලට පොදු සාධකයක් පවතී නම් $a = 0$ ගත හැකි අගයන් සොයන්න.

(12) (a) 16 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත ක්‍රිකට් කණ්ඩායමක් පිතිකරුවන් 8 දෙනෙක් ද පන්දු යවන්නන් 6 දෙනෙක් ද කඩුළු රකින්නන් දෙදෙනෙකුගෙන්ද සමන්විතය.

(i) ඉහතින් පින්තූර 11 දෙනෙකු තේරිය හැකි ආකාර ගණන සොයන්න. (පිළිතුර පූර්ව නිර්මිත බලාපොරොත්තු නොවේ)

(ii) යටත් පිරිසෙන් පිතිකරුවන් 5 ක්, පන්දු යවන්නන් 4 ක් හා කඩුළු රකින්නන් එක් අයෙකු වත් ඇතුළත් වන පරිදි 11 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කණ්ඩායම් කීයක් සෑදිය හැකිද?

(iii) පුහුණු තරඟයක දී පිතිකරුවෙකු සහ පන්දු යවන්නෙකු තුළාල ලැබූ වේ නම් දැන් ඉහත (ii) ආකාරයේ පරිදි 11 දෙනා තේරිය හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

- (b) $y = 2|x - 3|$ හා $y = 2 + x$ ප්‍රස්ථාර එකම සටහනේ අඳින්න. එනමින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ $2|x - 3| \leq 2 + x$ විසඳන්න.

(c) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = \frac{2r^2 - 5}{(r+1)^2(r+2)^2}$ හා $f(r) = \frac{\lambda r + \mu}{(r+1)^2}$ යැයි ගනිමු. මෙහි λ හා μ තාත්වික නියත වේ. $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = f(r) - f(r+1)$ වන පරිදි λ හා μ හි අගයන් සොයන්න. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $S_n = \sum_{r=1}^n U_r$ යැයි ගනිමු. $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$S_n = \frac{1}{4} - \frac{2n+1}{(n+2)^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(13) (a) (i) $A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 2 & y \end{pmatrix}$ නම් $A^2 - 3A + 2I = 0$ වන පරිදි A නම් න්‍යාසයන් සොයන්න.

(ii) $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ නම් B^{-1} සොයන්න.

$2x + y = 7$ සහ $x + 3y = 1$ යන සමගාමී සමීකරණ න්‍යාස භාවිතයෙන් විසඳන්න.

(b) ධන නිඛිලමය දර්ශකයක් සඳහා ද ' මුඛාවර් ප්‍රමේය ප්‍රකාශ කර සාධනය කරන්න.

$Z = \cos \theta + i \sin \theta$ නම් $Z^{-n} = \cos n\theta - i \sin n\theta$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\theta \in \mathbb{R}$ සහ $n \in \mathbb{Z}^+$ වේ.

$\sqrt{3} + i$ හා $-1 + \sqrt{3}i$ යන එක් එක් සංකීර්ණ සංඛ්‍යා $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ හා $-\pi < \theta \leq \pi$ වේ.

$m, n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\frac{(-1 + \sqrt{3}i)^n}{(\sqrt{3} + i)^m} = 8$ නම් $m = 4(k - 1)$ බව පෙන්වන්න. $k \in \mathbb{Z}$ වේ.

(14) (a) $x \neq 1$ සඳහා $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$ යැයි ගනිමු. $f(x)$ හි ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නය වන

$f'(x) = \frac{x+\alpha}{(1-x)^3}$ බව පෙන්වන්න. α යනු ඔබ විසින් නිර්ණය කළ යුතු තාත්වික නියතයකි. $f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බෙදායුතු සොයන්න.

$x \neq 1$ සඳහා $f(x)$ හි දෙවන ව්‍යුත්පන්නය වන $f''(x) = \frac{2(x+\alpha+1)}{(1-x)^4}$ බව දී ඇත.

එනමින් $y = f(x)$ ප්‍රස්ථාරයේ නති වර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බෙදායුතු සොයන්න. ස්පර්ශකයේ, y -අන්තඃකේතය, වර්තන ලක්ෂ්‍යය හා හැරුම් ලක්ෂ්‍යය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

- b) සිරස් බිත්තියක සිට 27m දුරකින්, 8m උස වැට්ටක් ඇත. ඉඟිමගක් එහි පහළ කෙළවර සිරස් පොළව මත ඇතිව වැට්ටට යන්නම් ඉහළින් ගොස් බිත්තිය කරා යොමු වේ. ඉඟිමගෙහි දිග මීටර y ද, ඉඟිමග තිරස් සමඟ සාදන කෝණය θ යයි ද ගනිමු. y යන්න θ හි ශ්‍රිතයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න. $\frac{dy}{d\theta} = 0$ වන්නේ $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ම නම් පමණක් බව පෙන්වන්න. සුදුසු ප්‍රාන්තර තුළ $\frac{dy}{d\theta}$ හි ලකුණු සැලකීමෙන් ඉතිරිගට ගතහැකි කෙටිතම දිග සොයන්න.

(15) (a) සුදුසු ආදේශයක් භාවිතයෙන් $\int \frac{1}{8+\cos^2 x} dx$ සොයන්න.

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්

$$\int_1^e x^2 (\ln x)^2 dx = \frac{5e^3 - 2}{27} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

(c) $\int_0^1 \frac{dx}{(x^2+1)(x-1)^2}$ අගයන්න.

- (16) (a) කේන්ද්‍රය $(-3, -1)$ වන වෘත්තයේ පරිධිය මත $A(-2, 1)$ ලක්ෂ්‍යය පිහිටයි. මෙම ලක්ෂ්‍ය අතර දුර සොයන්න. මෙම වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න. මෙම වෘත්තයට A හිදී ඇදී ස්පර්ශකයෙහි සමීකරණය සොයන්න. එම ස්පර්ශකය මූල ලක්ෂ්‍යය සිට සිදු වන දිග බව පෙන්වන්න. මූල ලක්ෂ්‍යයේ සිට මෙම වෘත්තයට ඇදී ස්පර්ශ රේඛයේ සමීකරණය සොයන්න. එ නමින් O සිට මෙම වෘත්තයට ඇදීන අනිත් ස්පර්ශකය වෘත්තය ස්පර්ශ කරන Q ලක්ෂ්‍යයේ බෙඩාකෙ සොයන්න. එම ස්පර්ශකයේ සමීකරණය ද ලබා ගන්න. OA සහ OQ රේඛා එකිනෙකට ලම්භ බව සාධනය කරන්න.

- (b) $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (-5, 4)$ වේ. AB විශ්කම්භයක් ලෙස වූ S වෘත්තයේ සමීකරණය ලියන්න. S වෘත්තය පුලුඹවන ඡේදනය කරන කේන්ද්‍රය $(1, 1)$ ලෙස ඇති වෘත්තයේ සමීකරණය සොයන්න.

- (17) (a) ඕනෑම ත්‍රිකෝණයක් සඳහා කොසයින නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න. එය මතා කෝණික ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සත්‍ය බව සාධනය කර දක්වන්න. PQR ත්‍රිකෝණයක QR , RP හා PQ පාදවල දිග පිළිවෙළින් $a+b$, a , $a-b$ වේ $\cos P = \frac{a-b}{2(a+b)}$ බව පෙන්වන්න.

- (b) $(\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2 = 4 \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න. එනමින් $(\cos x + \cos 3x)^2 + (\sin x + \sin 3x)^2 = 1$ සමීකරණයේ සාදාරණ විසඳුම සොයන්න.

- (c) $2 \tan^{-1}(\sin x) - \tan^{-1}(2 \sec x) = 0$ විසඳන්න.

* * * * *

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය 2022

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination 2022

සංයුක්ත ගණිතය II
Combined Maths II

13 ශ්‍රේණිය- අවසාන වාර පරීක්ෂණය 2022 ඔක්තෝම්බර්

10 S 11

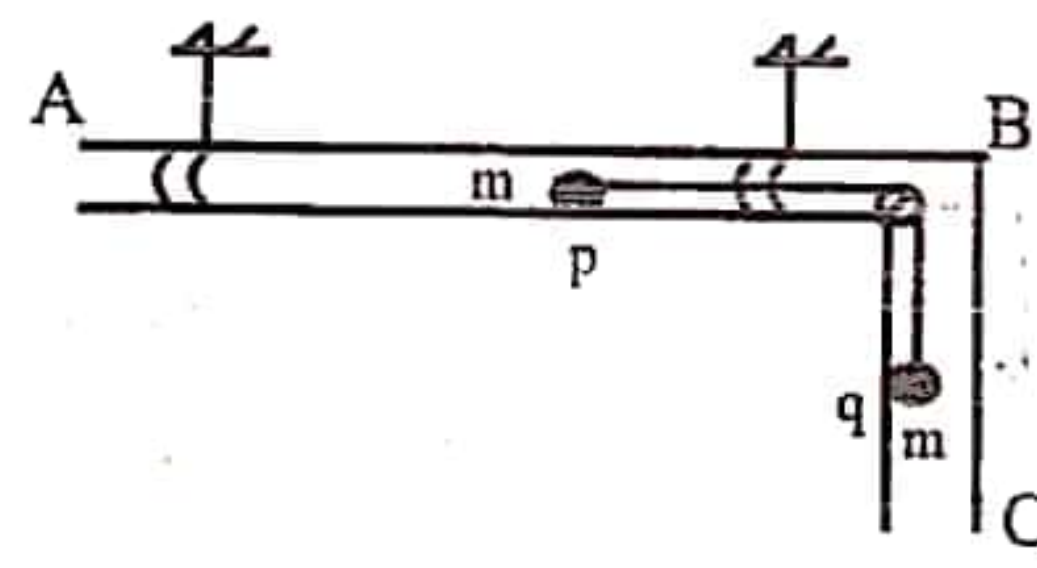
B කොටස

(11) (a) A නැවක් u ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් උතුර දෙසට ගමන් කරයි. B නැවක් $v (v > \sqrt{2}u)$ ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් ගමන් කරයි. චලිතයේ යම් මොහොතක දී B නැව A නැවෙහි දෙසින් d දුරකින් පිහිටා ඇති බවත් එය ගැටුම් ගමන් මගක යාත්‍රාකරන බවත් A නැවේ වූ රේඛා තිරසර දිස්වීණි. B නැවේ ප්‍රවේගයේ දිශාව සොයන්න. දැන් A නැව වහාම තම ගමන් මග වෙනස් කර යාත්‍රා කිරීමට පටන් ගනී.

- (i) A ට ඕනෑම මාර්ගයක ගමන් කළ හැකි බවත්
- (ii) A ට සාපේක්ෂ ලෙස B ගේ වේගය අඩුතම වන පරිදි A හි ගමන් මග සොයන්න. මෙවිට A සහ B අතර කෙටිතම දුරද සොයන්න.
- (ii) B නැව A නැවෙන් හැකි තරම් ඈතින් තබා ගැනීම සඳහා A ගේ ගමන් මග දකුණින් බටහිරට $\pi - 2\cos^{-1}\left(\frac{u}{v}\right)$ කෝණයක් සාදන දිශාවකට යොමු කළ යුතු බව පෙන්වන්න.

(b) රළු තිරස් බිමක් දිගේ A නම් ලක්ෂ්‍යයක සිට B නම් ලක්ෂ්‍යයක් දෙසට 3u වේගයෙන් P නම් අංශුවක් ප්‍රත්ස්ථයක කෙරේ. එම මොහොතේම B සිට A දෙසට q නම් අංශුවක් 7u වේගයකින් බිම දිගේ ප්‍රත්ස්ථයක කෙරේ. A හා B අතර දුර a ද අංශු සහ බිම අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ වේ. අංශුවල චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරය අඳින්න. එනමින් $u^2 < \frac{a\mu g}{29}$ නම් P හා Q නොගැටෙන බව පෙන්වන්න.

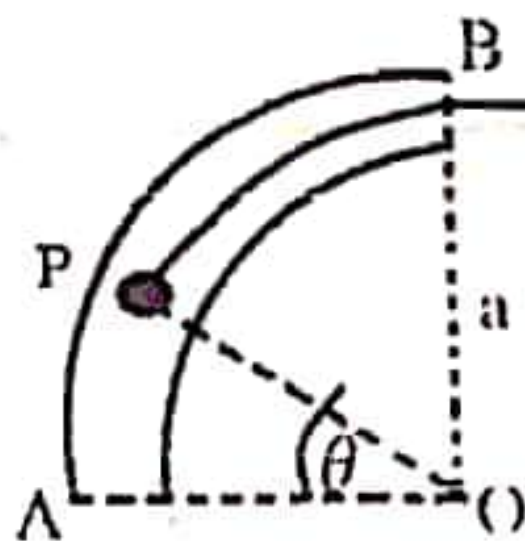
(12) (a)



m ස්කන්ධයෙන් යුත් ABC බටයක් B හිදී සෘජුකෝණීක වනසේ නවා ඇත. AB කොටස තිරස් වන අතර එය අවල මුදු දෙකක් තුළින් නිදැල්ලේ සර්පණය වේ. BC කොටස සිරස් ය. එක එකක් ස්කන්ධය m වන P, Q අංශු දෙකක් AB, BC තුළ ඝර්ෂණයෙන් තොරව චලනය වන අතර ඒවා B හි නොගිණිය හැකි ස්කන්ධයෙන්

යුත් සුමට කප්පියක් උඩින් වැටුණු අවිනාශ තත්ත්වකින් එකට ඇදා ඇත. පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදා හැරිය විට q අංශුව එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට y දුරක් වැටුණු පසු එහි ප්‍රවේගයේ සිරස් සංරචකය y' යන්න $y'^2 = \frac{69y}{5}$ යන්නෙන් දැක්වෙන බව ගම්‍යතා සංස්ථිති මූල ධර්මය හා ශක්ති සංස්ථිති මූල ධර්මය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න. එනමින් Q හි ත්වරණයේ සංරචක සොයන්න. තත්ත්වයේ ආතතියද ලබා ගන්න. Q අංශුවක් බටයක් අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{mg}{5}$ බව පෙන්වන්න.

- (b) සිහින් සුමට AB බවයක් නවා ඇත්තේ කෙන්ද්‍රය O සහ අරය a වන වෘත්ත පාදයක ස්වරූපයට ය. O ට සිරස් ව ඉහළින් B පිහිටන සේ මෙම බවය සිරස් තලයක අවලම්පි කර ඇත. ස්වභාවික දිග $2a$ සහ ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය kmg වන ලුහු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී P අංශුව බවය තුළ A හි නිශ්චලව පවතී. තන්තුව බවය තුළින් යොදා ඇති අතර B සමග එකම තිරස් මට්ටමේ B සිට $2a$ දුරකින් පිහිටන C ලක්ෂ්‍යයකට තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර සම්බන්ධ කර ඇත. P අංශුව සිරුවෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. OP රේඛාව රේඩියන් θ කෝණයකින් හැරී ඇති විට P හි වේගය V වේ නම් ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් $V^2 = \frac{1}{2} g a [k\theta(\pi - \theta) - 4\sin\theta]$ බව සාධනය කරන්න.



P අංශුව B වෙත පැමිණීම සහතික කරන K හි අවම අගය $\frac{16}{\pi^2}$ බව සාධනය කරන්න. P අංශුව මත බවය මගින් OP දෙසට ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව $mg \left[3\sin\theta - \frac{1}{2}k\theta(\pi - \theta) \right]$ බව පෙන්වන්න. P අංශුව B දක්වා සිදුකරන චලිතයේ දී අංශුව මත බවය ඇති කරන

ප්‍රතික්‍රියාව හැම විටම O දෙසට යොමුව පවතී නම් K ට ගතහැකි අවම අගය $\frac{24}{\pi^2}$ බව සාධනය කරන්න.

- (13) ස්වභාවික දිග a ද ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය mg ද වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් m ස්කන්ධයෙන් යුතු අංශුවකට ඇදා තිබෙයි. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවර O නම් අවල ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කර ඇත. O සිට පහළට $\frac{a}{2}$ දුරක පිහිටි A නම් ලක්ෂ්‍යයකදී අංශුව නිශ්චලතාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. $\sqrt{\frac{a}{g}} \left(2 + \frac{3\pi}{2} \right)$ කාලයකට පසු අංශුව A ලක්ෂ්‍යය වෙතට නැවත පැමිණෙන බව ඔප්පු කරන්න. අංශුව ලබාගත් චුම්බක වේගය සොයන්න.

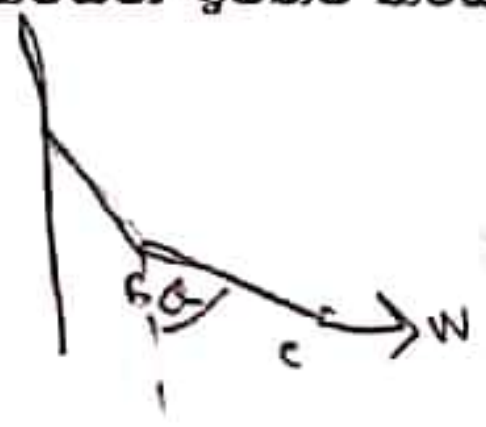
- (14) (a) A හා B සමග එක රේඛය නොවන O අවල මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A හා B ප්‍රමිති ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෙදෙනා පිළිවෙළින් $\underline{a}$ හා $\underline{b}$ වේ. O අනුබද්ධයෙන් C ලක්ෂ්‍යයක පිහිටුම් දෙදෙනා $\underline{c} = (1 - \lambda)\underline{a} + \lambda\underline{b}$ යැයි ගනිමු. $0 < \lambda < 1$ වේ. $\overrightarrow{AC}$ හා $\overrightarrow{CB}$ දෙදෙනා $\underline{a}$, $\underline{b}$ හා λ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. එනමින් C ලක්ෂ්‍යය AB රේඛා ඛණ්ඩය මත පිහිටන බවත් $AC : CB = \lambda : (1 - \lambda)$ බවත් පෙන්වන්න. දැන් OC රේඛාව AOB කෝණය සමවිච්ඡේදනය කරන්නේ යැයි සිතමු. $|\underline{b}|(\underline{a} \cdot \underline{c}) = |\underline{a}|(\underline{b} \cdot \underline{c})$ බව පෙන්වා එනමින් λ සොයන්න.

b) ABCD යනු පැත්තක දිග 2m වූ සමචතුරස්‍රයකි. $3N$, $2N$, $4N$, $8N$, $5\sqrt{2} N$ හා $2\sqrt{2} N$ යන බල පිළිවෙළින් $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AC}$ සහ $\overrightarrow{BD}$ ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි.

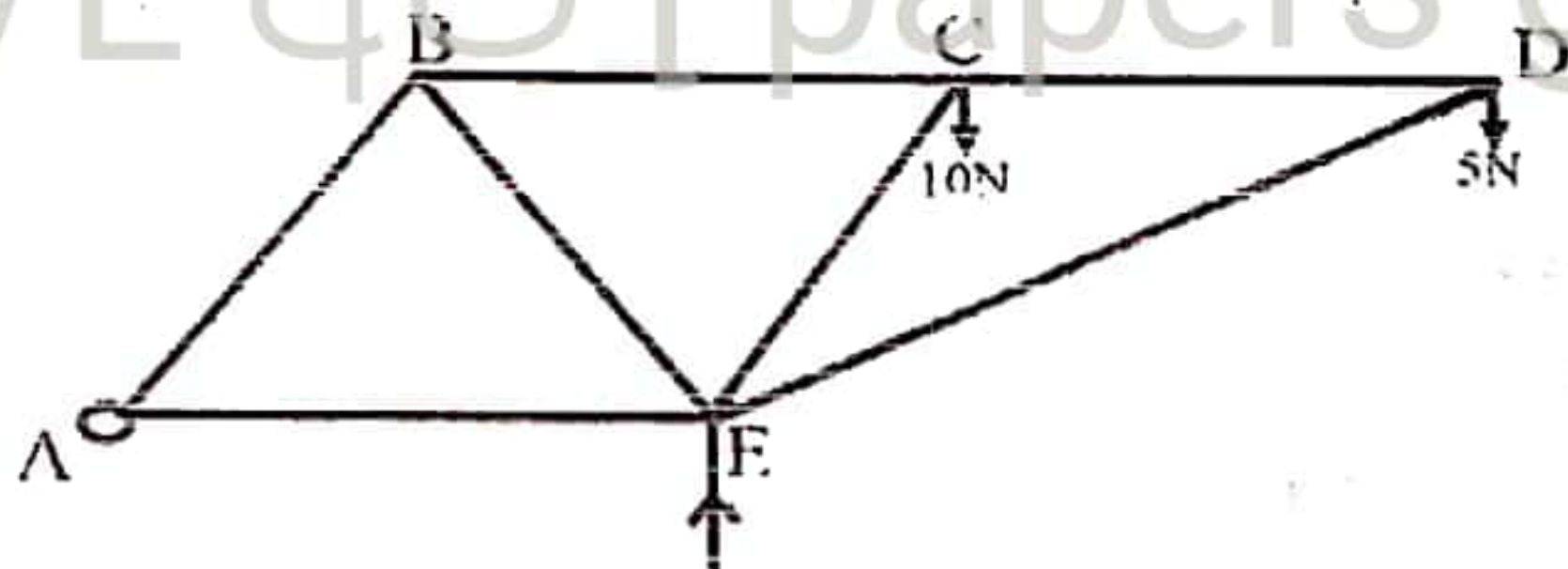
- (i) බල පද්ධතිය සමතුලිත වීම සඳහා යෙදිය යුතු බලයේ විශාලත්වය දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.
- (ii) ABC අතට ක්‍රියා කරන $39Nm$ යුග්මයකට උෟනනය කිරීම සඳහා එක් කළ යුතු බලයේ විශාලත්වය දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න.
- (iii) බල පද්ධතිය B හිදී ක්‍රියාකරන තනි බලයකට උෟනනය කිරීම සඳහා පද්දතියට එක් කළ යුතු බල යුග්මයේ විශාලත්වය හා අභිදිශාව සොයන්න.

(15) (a) AB, BC යනු දිගින් සමාන බර W බැගින් වන ඒකාකාර දඬු දෙකකි. මේවා B හිදී සුමටව සන්ධි කර ඇති අතර A හිදී සිරස් බිත්තියක වූ ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර B ට පහළින් C පිහිටන සේ පද්ධතිය සමතුලිතතාව පවත්වාගෙන ඇත්තේ C හිදී බිත්තියෙන් ඉවතට තිරස්ව යෙදෙන W බලයකිනි.

- (i) BC හි යටි සිරසට ආනතිය $\tan^{-1}(2)$ බව
- (ii) B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{2} W$ හා එය තිරසට 45° ක් ආනත බව.
- (iii) AB හි යටි සිරසට ආනතිය $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ බව
- (iv) A හිදී ප්‍රතික්‍රියාව $\sqrt{5} W$ හා එය තිරසට $\tan^{-1}(2)$ කෝණයකින් ආනත බව පෙන්වන්න.

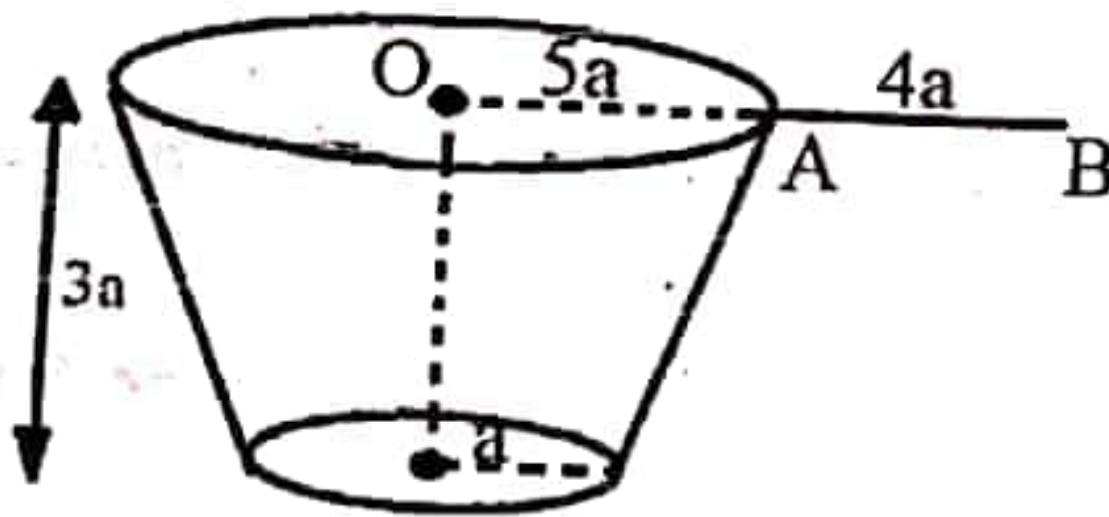


(b)



සැහැල්ලු දඬු හතක් සුමට ලෙස සන්ධි කිරීමෙන් ABCDE රාමු සැකිල්ල සාදා තිබේ. එහි $AB = AE = BE = BC = CE = CD$ වේ. A හිදී සුවල ලෙස අසව් කොට ඇති මෙම රාමු සැකිල්ල AE හා BCD තිරස් ලෙස පිහිටන සේ E හිදී යෙදෙන සිරස් බලයක් මගින් සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල පටහනක් ඇඳීමෙන් දඬු වල ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

- (16) (a) අනුකූලතය මගින් එකිනෙකට h දුරකින් වූ අරය r හා $\lambda r (\lambda > 1)$ වූ වෘත්තාකාර ගැටි දෙකකින් යුත් ඒකාකාර වූ කුහර සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක පිත්තකයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය කුඩා ගැටියේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{3} \left(\frac{2\lambda+1}{\lambda+1} \right)$ දුරකින් ඇති බව පෙන්වන්න.



අරය a හා පෘෂ්ඨික ඝනත්වය σ වූ කුහර ඒකාකාර වෘත්තාකාර තැටියක ගැටිය අරයයන් a හා $5a$ වූ වෘත්තාකාර ගැටි සහිත එම σ පෘෂ්ඨික ඝනත්වයම ඇති හිස් සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක උස $3a$ වූ පිත්තකයක කුඩා ගැටියට පැස්සීමෙන් ද දිග $4a$ හා රේඛීය ඝනත්වය ρ වූ කුහර-ඒකාකාර AB දණ්ඩක් පිත්තකයේ ලොකු ගැටියට O, A හා B ලක්ෂ්‍ය එක රේඛීය වන පරිදි රූපයේ දැක්වෙන ඇසුරින් පැස්සීමෙන් ද සාස්පානක් සාදා ඇත. සාස්පානෙහි ගුරුත්ව කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයන්න.

$\frac{\rho}{\sigma} < \frac{31}{24} \pi a$ නම් තිරස් මෙසයක් මත ස්වකීය පතුල ස්පර්ශ වන පරිදි තැබූ විට, සාස්පාන සමතුලිතව පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න. $\rho = \pi a \sigma$ බව දී ඇත. සාස්පාන, B කෙළවරෙන් නිදහසේ ඵලලා ඇති විට BA යටි අත් සිරස සමග සාදන කෝණය ද සොයන්න.

- (17) (a) A, B හා C යන මලු එක එකක, පාවිත් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම, සුදු බෝල හා කළු බෝල පමණක් අඩංගු වේ. A මල්ලෙහි සුදු බෝල 4 ක් හා කළු බෝල 2 ක් ද B මල්ලෙහි සුදු බෝල 2 ක් හා කළු බෝල 4 ක් ද C මල්ලෙහි සුදු බෝල m හා කළු බෝල $(m+1)$ ක් ද අඩංගු වේ. මල්ලක් සසම්භාවීව තෝරා ගෙන එකකට පසුව අනෙක ලෙස ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව සසම්භාවීව බෝල දෙකක් එම මල්ලෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ. ඉවතට ගත් පළමු බෝලය සුදු හා ඉවතට ගත් දෙවන බෝලය කළු වීමේ සම්භාවිතාව $\frac{5}{16}$ වේ. m හි අගය සොයන්න.

- (b) ශිෂ්‍යයන් 100 ක කණ්ඩායමක් සංඛ්‍යාන ප්‍රශ්නයකට ඔවුන්ගේ පිළිතුරු සඳහා ලබා ගත් ලකුණු වල ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙහි දැක්වේ.

ලකුණු පරාසය	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව
0 - 2	15
2 - 4	25
4 - 6	40
6 - 8	15
8 - 10	5

මෙම ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය μ හා සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න. $K = \frac{3(\mu - M)}{\sigma}$ මගින් අර්ථ දැක්වෙන කුට්කතා සංගුණකය K ද නිමානය කරන්න. මෙහි M යනු ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය වේ.

* * * * *